УДК 336.74

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАВИСИМОСТИ УРОВНЯ ИНФЛЯЦИИ ОТ КЛЮЧЕВОЙ СТАВКИ ЦЕНТРАЛЬНОГО БАНКА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Богомолов А.И.
доц. департамента "Анализ данных, принятия решений и финансовых технологий"
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации
Россия, Москва

Цветков А.О.
студент 3 курса
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации
Россия, Москва

Аннотация
Ключевая ставка Центрального Банка Российской Федерации является одним из важнейших инструментов денежно-кредитной политики. Ее значение влияет на многие показатели, в том числе и на инфляцию – повышение общего уровня цен на товары и услуги на определенный срок. Цель работы состоит в построении модели парной регрессии на основе данных о значениях ключевой ставки в Российской Федерации и уровнем инфляции в период с февраля 2013 по ноябрь 2017 года, а также проверка данной модели на качественность, адекватность и соответствие условиям теоремы Гаусса-Маркова.
Ключевые слова: эконометрическая модель, зависимость уровня инфляции, ключевая ставка, модель парной регрессии.

ECONOMETRIC MODEL OF CONCENTRATION OF THE INFLATION LEVEL FROM THE KEY RATE OF THE CENTRAL BANK OF THE RUSSIAN FEDERATION

Bogomolov A.I.
Associate Professor, Department of Data Analysis, Decision Making and Financial Technologies
Financial University under the Government of the Russian Federation
Russia, Moscow

Tsvetkov A.O.
3-year student
Financial University under the Government of the Russian Federation
Russia, Moscow

Abstract
The key rate of the Central Bank of the Russian Federation is one of the most important instruments of monetary policy. Its importance affects many indicators, including inflation - an increase in the general level of prices for goods and services for a certain period. The aim of the paper is to construct a pair regression model based on data on the key interest rates in the Russian Federation and the inflation rate from February 2013 to November 2017, as well as checking this model for its quality, adequacy and compliance with the conditions of the Gauss-Markov theorem.
Keywords: econometric model, inflation rate dependence, key rate, pair regression model.

Достаточно часто в средствах массовой информации встречаются новости про ключевую ставку. С начала 2015 года Центральный банк Российской Федерации начал постепенно снижать данный показатель, но как следует относиться к этому? Наверняка многие жители нашей страны полагают, что изменение ключевой ставки совершенно не влияет на их жизнь. Но так ли это на самом деле?

Ключевая ставка – это процентная ставка по основным операциям Банка России по регулированию ликвидности банковского сектора. Данный показатель считается одним из важнейших инструментов денежно-кредитной политики в стране. Само понятие «ключевой ставки» было введено Банком России относительно недавно – 13 сентября 2003 года. С начала 2016 года, с 1 января, Центральный банк Российской Федерации своим указанием от 11 декабря 2015 года № 3894-У приравнял ставку рефинансирования к значению ключевой ставки.

Влиять на значение ключевой ставки может только регулятор, то есть Центральный банк Российской Федерации. Для этого проводятся специальные заседания, где комиссия решает вопрос об изменении ключевой ставки. Далее по итогам заседания Центральный банк выпускает результаты о принятых решениях – пресс-релизы. В данных пресс-релизах всегда достаточно подробно указываются предпосылки, которые привели к изменению значения ключевой ставки.

Ключевая ставка также влияет на многие показатели: проценты по кредитам и вкладам, инфляцию и многие другие. Если подробнее рассматривать влияние между ключевой ставкой и инфляцией, то в теории, если Центральный банк повышает ключевую ставку, то растут ставки по кредитам и депозитам, что ведет к уменьшению кредитов, а это в свою очередь ведет к уменьшению инвестирования, так как все хотят больше сберегать. В итоге снижается спрос на товары и услуги и за этим следует снижение инфляции. Если же Банк России снижает ключевую ставку, то ставки по кредитам уменьшаются, увеличиваются объемы кредитования, и результатом этого становится увеличение инвестиций, а далее – рост спроса и повышение инфляции. Исходя из этой теории можно предположить о взаимосвязи между уровнем инфляции и ключевой ставкой Центрального банка.

Для выполнения цели нужно решить следующие задачи:

- составить спецификацию;
- проверить её адекватность, качественность и соответствие условиям теоремы Гаусса-Маркова.

Не стоит также забывать, что при высокой инфляции происходит снижение покупательной способности населения, а их сбережения обесцениваются. А при низкой инфляции, как уже было сказано, объемы кредитования значительно увеличиваются. Это значит, что Центральный банк ключевой ставкой регулирует кредитную активность коммерческих банков, влияет на их ставки по кредитам (и депозитам), именно поэтому данная модель в перспективе может быть актуальной для всех физических и юридических лиц, которые хотят получить кредит по наиболее низкой ставке коммерческого банка.

Основные переменный модели:

- $Key\,rate$ – экзогенная величина, а именно значение ключевой ставки Центрального банка Российской Федерации за рассматриваемый период (X1);
- $Terms$ – экзогенная величина, а именно срок в месяцах, когда ключевая ставка оставалась неизменной (X2);
- $Inflation\,rate$ – эндогенная величина, а именно уровень инфляции в расчёте на 1 месяц (Y).

Стоит также отметить, что ключевая ставка Центрального банка – это не единственный показатель, которые влияет на уровень инфляции. Так, например, на инфляцию также влияет эмиссия денежных средств, снижение количества произведенных товаров, поведение потребителей и так далее. Для построения модели был выбран период с 03.02.13 по 29.10.17 (Таблица 1), то есть часть докризисного периода, сам кризис и его пик и период адаптации. Было рассмотрено 18 значений, 2 из них были выбраны в качестве контролирующей выборки.

Таблица 1 – Модель зависимости уровня инфляции от ключевой ставки Центрального банка Российской Федерации и количества месяцев, когда ставка оставалась неизменной, с 03.02.13 по 29.10.17

	X1	X2	Y
Период действия	Key rate, %	Terms, months	Inflation rate, %
03.02.2013 — 02.03.2014	5,5	13	6,79
03.03.2014 — 27.04.2014	7	2	1,02
28.04.2014 — 27.07.2014	7,5	3	2,02
28.07.2014 — 04.11.2014	8	3	1,72
05.11.2014 — 11.12.2014	9,5	0,2	0,3
12.12.2014 — 15.12.2014	10,5	0,1	0,17

16.12.2014 — 01.02.2015	17	1,5	6,57
02.02.2015 — 15.03.2015	15	1,5	3,46
16.03.2015 — 04.05.2015	14	1,5	1,68
05.05.2015 — 15.06.2015	12,5	1,3	0,53
16.06.2015 — 02.08.2015	11,5	1,5	0,74
03.08.2015 — 13.06.2016	11	10,3	6,25
14.06.2016 — 18.09.2016	10,5	3	1,08
19.09.2016 — 26.03.2017	10	6	2,26
27.03.2017 — 01.05.2017	9,75	1	0,33
02.05.2017 — 18.06.2017	9,25	1,5	0,74
19.06.2017 — 17.09.2017	9	3	0,14
18.09.2017 — 29.10.2017	8,5	1,3	0,05

Составление спецификации

Опираясь на исходные данные, мы можем заметить, что в нашей модели уровень инфляции зависит сразу от двух переменных. Соответственно, нельзя построить диаграмму рассеивания. Если же это сделать с каждой переменной по отдельности, то некоторые значения будут расположены очень далеко от линии тренда:

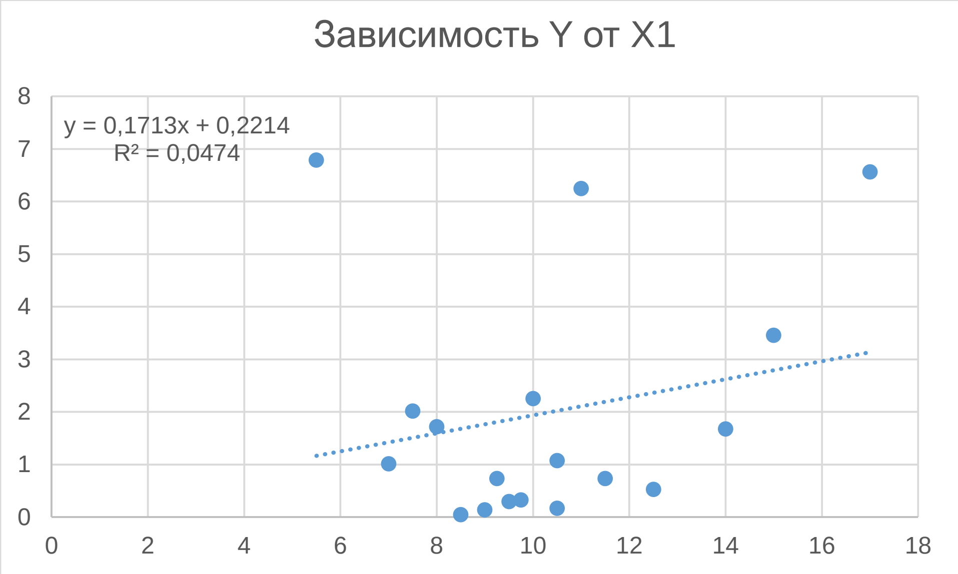

Рис 1. – Зависимость Y от X1

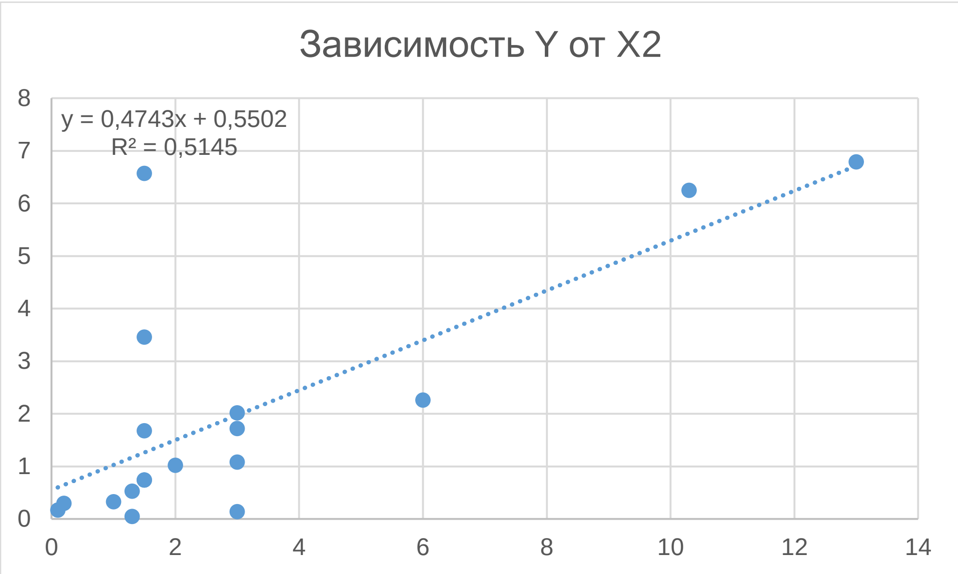

Рис 2. – Зависимость Y от X2

Исходя из вышесказанного, мы можем предположить, что наиболее близкой функцией является уравнение множественной регрессии.

Спецификация математической модели будет иметь вид:

$$Y_t = a_0 + a_1 \times X_{1_t} + a_2 \times X_{2_t} + \varepsilon_t, \text{где}$$

a_0 – уровень инфляции без учета ключевой ставки и сроков её неизменности;

a_2 – коэффициент при предопределенной переменной;

ε_t – последовательность случайных величин, удовлетворяющих условиям теоремы Гаусса-Маркова, t = 1,2.

Условия теоремы накладывают ограничения на случайную компоненту ε_t и заключаются они в следующем:

1. Математическое ожидание ε_t равно 0 – M(ε_t) = 0;

2. Ковариация соседних значений ε_t и ε_s при $t \neq s$ равна 0 : $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$;

3. Дисперсия случайной компоненты D(ε_t) = σ^2 = const.

С помощью функции ЛИНЕЙН в MS Excel проведём оценку матрицы методом наименьших квадратов. $Key\,rate$ и $Terms$ $-$ это массив известных переменных X (X_1и X_2) , а $Inflation\,rate -$ это массив объясняемых переменных Y. После проведенной операции получим следующие результаты (Таблица 2):

Таблица 2 – Результаты оценивания модели

0,607058174	0,434105736	-4,338874948
0,086265907	0,102653259	1,211683103
0,778532796	1,137934908	#Н/Д
26,36505937	15	#Н/Д
68,28001218	19,42343782	#Н/Д

Значит, оцененный вид рассматриваемой спецификации будет иметь вид:

$$Y_t = -4{,}338874948 + 0{,}434105736 \times X_{1_t} + 0{,}607058174 \times X_{2_t} + \varepsilon_t$$

В рассматриваемой сертификации можно заметить, что при отсутствии ключевой ставки значение инфляции было бы отрицательным, а это – дефляция, то есть общее снижение уровня цен, процесс полностью противоположный инфляции. Увеличение ключевой ставки на 1 процент ведет, как мы можем заметить, к увеличению инфляции на 0,43 процента, а каждый последующий месяц с фиксированной ключевой ставкой ведет к повышению инфляции на 0,60 процентов. Сразу стоит заметить, что некоторые эконометрические модели могут давать значения, которые расходятся со здравым смыслом. В теории выше было сказано, что повышение ключевой ставки должно вести к снижению инфляции, в модели же наблюдается абсолютно обратная зависимость. Объяснить это можно лишь нестабильностью самой модели.

Коэффициент детерминации равен 0,7785, значит изменение ключевой ставки и сроков, когда она оставалась неизменной, в модели объясняет изменение уровня инфляции на 77,85%. F-статистика равна 26,365, оценка среднеквадратичного отклонения – 1,138, число степеней свободы – 15, а объясненная и необъясненная сумма квадратов отклонений соответственно равна 68,28 и 19,42.

Проверка адекватности модели

Для проверки модели на адекватность выберем в контролирующую выборку два значения (Таблица 3).

Таблица 3 – Проверка модели на адекватность

№	X1	X2	Y	
17	9	3	0,14	1,503777
18	8,5	1,3	0,05	0,278242

Оставшаяся же часть массива является обучающей выборкой.

С помощью функции ЛИНЕЙН составим оцененную модель на основе обучающей выборки (Таблица 4).

Таблица 4 – Оцененная модель на основе обучающей выборки

0,598908	0,414784	-4,026
0,090477	0,109038	1,320744
0,777664	1,166822	#Н/Д
22,73501	13	#Н/Д
61,90622	17,69915	#Н/Д

Как мы видим, значение Se = 1,16, оно понадобится при дальнейшем решении.

Оценочный вид рассматриваемой спецификации обучающей выборки будет выглядеть так:

$$Y^{\wedge} = -4{,}03 + 0{,}41 \times X_{1_t} + 0{,}60 \times X_{2_t};$$

Так как выбраны 2 точки, то нужно составить два доверительных интервала. Они будут иметь вид:

$$1 \text{ точка}: 1{,}5 - \text{ош} < Y_p = 0{,}14 < 1{,}5 + \text{ош};$$

$$2 \text{ точка}: 0{,}28 - \text{ош} < Y_p = 0{,}05 < 0{,}28 + \text{ош}.$$

Далее нам необходимо найти ошибки. Для этого выписываем таблицу (Таблица 5) с обучающей выборкой, но в графе a_0 пишем везде значение «1».

Таблица 5 - Обучающая выборка

	a0	a1	a2
1	1	5,5	13
2	1	7	2
3	1	7,5	3
4	1	8	3
5	1	9,5	0,2
6	1	10,5	0,1
7	1	17	1,5
8	1	15	1,5
9	1	14	1,5
10	1	12,5	1,3
11	1	11,5	1,5
12	1	11	10,3
13	1	10,5	3
14	1	10	6
15	1	9,75	1
16	1	9,25	1,5

Далее с помощью функции ТРАНСП транспонируем данную таблицу, и после обе полученные таблицы с помощью функции МУМНОЖ превращаем в матрицу 3х3 со значениями (Таблица 6).

Таблица 6 – Матрица 3х3

16	168,5	50,4
168,5	1910,375	465,875
50,4	465,875	356,08

Далее воспользуемся функцией МОБР и получаем обратную матрицу (Таблица 7).

Таблица 7 – Обратная матрица с функцией МОБР

1,281233	-0,10101	-0,04919
-0,10101	0,008733	0,002872
-0,04919	0,002872	0,006013

Следующий шаг – это умножение каждого числа в данной матрице на число $S_e = 1{,}16$ (Таблица 8).

Таблица 8 – Конечные результаты

1,49497	-0,11786	-0,05739
-0,11786	0,010189	0,003351
-0,05739	0,003351	0,007016

Далее выписываем в строку значения 1, 9 и 3 (для 1-ой точки) и с помощью функции МУМНОЖ умножаем их на предыдущую матрицу. Получаем число $S_p = 0{,}262015 \approx 0{,}26$. И, наконец, находим ошибку по формуле $\text{ош.} = 2 \times (S_e + S_p) = 2{,}8577$.

Получается, что для первой точки доверительный интервал будет иметь вид:

$$1 \text{ точка:} -1{,}3577 < Y_p = 0{,}14 < 4{,}3577.$$

Неравенство выполняется, поэтому переходим ко второй точке.

Ход решения будет аналогичным, поэтому доверительный интервал для второй точки будет иметь вид:

$$2 \text{ точка:} -2{,}8907 < Y_p = 0{,}05 < 3{,}4507 \text{ при ош.} = 3{,}1707.$$

Как мы видим, неравенство выполняется и для второй точки.

Тогда можно сделать вывод, что полученный результат позволяет признать оцененную модель адекватной и пригодной для целей прогнозирования.

Проверка модели на качественность

Первой шагом проверки модели на качественность является оценка коэффициента детерминации. В текущей модели он равен $R = 0{,}778532796$, что свидетельствует о высоком уровне зависимости.

Следующий шаг – это проведение F-теста для точного определения качественности модели.

Рассчитанное с помощью функции ЛИНЕЙН в MS Excel значение числа Фишера $F = 26{,}37$.

С помощью функции FРАСПОБР (0,05;1;15) найдем $F_{\text{кр}} = 4{,}543077$.

Так как $F \gg F_{\text{кр}}$, то можно утверждать, что модель является качественной.

Проверка условий теоремы Гаусса-Маркова

Предпосылка №1

Для начала нужно провести «Анализ данных» провести регрессию и выписать значение «Остатки» (Таблица 9).

Таблица 9 – «Остатки»

Остатки
0,849537
1,106018
1,281907
0,764855
0,393459
-0,10994
2,61849
0,376702
-0,96919
-1,34662
-0,82393
-0,43899
-0,96041
-1,38453
-0,17071
0,15281
-1,24925
-0,0902

Далее воспользуемся описательной статистикой и убедимся, что математическое ожидание случайных остатков практически равны нулю. Так, $E(X) = -1{,}13335267097151^{-16}$, что практически равно нулю. Это значит, что первая предпосылка теоремы Гаусса-Маркова выполнена.

Предпосылка №2

Теперь нам потребуется провести тест Голдфелда — Квандта на гетероскедастичность. Сначала построим массив данных по возрастанию суммы регрессоров. В работе экзогенных переменных две, но, по моему мнению, переменная X_{2_t} - срок в месяцах, когда ключевая ставка оставалась неизменной, подойдет для сравнения лучше, именно поэтому выстраиваем массив по увеличению срока и сравниваем его со значением $Y_t -$ уровень инфляции. Так как общее количество элементов чётное, а именно 18, делим массив на три равные части по 6 элементов. Далее с помощью функции ЛИНЕЙН для первого и третьего массива получаем следующие оценочные спецификации (Таблица 10,11):

1-ый массив: $Y_t = -0{,}584285714 + 2{,}121428571 \times X_{2_t} + \varepsilon_t$;

Таблица 10 – Оценочные спецификации по 1 массиву

2,121428571	-0,584285714
1,851325419	1,953418832
0,247141066	2,497574538
1,31308034	4
8,190835714	*24,95151429*

3-ий массив: $Y_t = -0{,}955570017 \times 0{,}625937862 \times X_{2_t} + \varepsilon_t$;

Таблица 11 – Оценочные спецификации по 3 массиву

0,625937862	-0,955570017
0,078262698	0,587483069
0,941147505	0,757202561
63,96653243	4
36,67557713	*2,293422872*

Значения ESS_1 и ESS_2 отмечены курсивом в соответствующих таблицах: 24,95 и 2,29 соотвественно.

Далее рассчитаем показатель GQ по формуле, так как $ESS_2 < ESS_1$:

$$GQ = \frac{ESS_2}{ESS_1} = \frac{2{,}293422872}{24{,}95151429} = 0{,}09191517778 \approx 0{,}09.$$

Соответственно, $\frac{1}{GQ} = \frac{1}{0{,}09191517778} \approx 10{,}88.$

Далее с помощью функции FРАСПОБР (0,05;4;4) рассчитаем значение $F_{\text{кр}} = 6{,}388232909 \approx 6{,}39$. Это значит, что $\frac{1}{GQ} > F_{\text{кр}}$, но при этом $GQ < F_{\text{кр}}$. Это значит, что гетероскедастичность не обнаружена, тест пройден и предпосылка выполнена.

Предпосылка № 3

Способом проверки спецификации на некоррелированность случайных остатков является тест Дарбина-Уотсона. Поэтому далее рассчитаем случайные остатки для исходной спецификации и далее рассчитаем статистику Дарбина-Уотсона по формуле:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{T}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2}.$$

Сначала посчитаем разность остатков, и после найдем сумму квадратов обоих столбцов через формулу СУММКВ. Тогда $DW = \frac{20,93959196}{19,42343782} \approx 1,08$.

Далее найдем значение dl и du при $k = 2$ и $n = 18$ по таблице Дарбина-Уотсона. Эти значения составляют: $dl = 1,05$ и $du = 1,53$.

Таблица 12 – Значения теста Дарбина-Уотсона

0	dl	du	4-du	4-dl	4
0	1,05	1,53	2,47	2,95	4

Согласно таблице, представленной выше, значение DW попало в промежуток между dl и du, то есть в зону неопределённости. Как известно, если расчетное значение критерия Дарбина-Уотсона попадает в зону неопределённости, то подтверждается существование автокорреляции остатков и гипотезу отклоняют.

Предпосылка № 4

И, наконец, воспользуемся функцией КОВАР в MS Excel и проверим наличие ковариации между случайным остатком и двумя экзогенными переменными. Ковариация случайных остатков с переменной $X_{1_t} = 2,58435^{-15}$ и с переменной $X_{2_t} = -3,47099^{-15}$. Оба значения практически равны 0.

Итак, если сделать небольшой вывод по предпосылкам, то:

- математическое ожидание случайных остатков равно нулю;
- гетероскедастичность не обнаружена;
- значение критерия Дарбина-Уотсона попало в зону неопределённости;
- ковариация случайных остатков с любой из экзогенных переменных отсутствует и равна нулю.

Оценка погрешности модели

Чтобы выяснить качество модели, также проводят оценку погрешности модели. Вычисляется она по формуле:

$$A = \frac{\frac{\sum abs(e)}{n}}{\overline{Y_{\text{ср}}}} \times 100\%.$$

Собственно, значение abs(e) мы считаем по формуле ABS из случайных остатков. Далее находим сумму столбца abs(e), среднее значение столбца Y_t, а также подсчитываем общее количество наблюдение.

Получаем $A = \frac{\frac{15,09}{18}}{1,99} \times 100\% = 42,13\%$, что свидетельствует о неудовлетворительном качестве модели, так как оценка погрешности достаточно высока: $42,13\% > 8\%$.

Вывод

В ходе работы была рассмотрена зависимость уровня инфляции от ключевой ставки Центрального банка Российской Федерации и срока в месяцах, когда ключевая ставка оставалась неизменной, а также составлена эконометрическая модель. Была составлена спецификация модели и проведены тесты на качественность модели, на её адекватность, на проверки теоремы Гаусса-Маркова и в конце работы была рассчитана оценка погрешности модели. Так, в многие тесты модель прошла успешно, а в некоторых были обнаружены расхождения. Скорее всего, это связано с тем, что такой показатель, как уровень инфляции, зависит от множества различных факторов, а в модели рассматривалось всего две экзогенные переменные. Тем не менее стоит отметить, что успешное прохождение моделью многих тестов свидетельствует о том, что ключевая ставка всё-таки оказывает влияние на уровень инфляции в стране.

Например, если бы в ходе работы рассматривались дополнительно такие факторы, как эмиссия денежных средств, количество произведенных товаров, поведение потребителей и так далее, то модель была бы точнее во много раз. Данная же модель является примером построения учебной эконометрической модели и не учитывает неадекватность и общее поведение некоторых показателей, которые были описаны выше.

Более точных результатов можно добиться при более тщательном анализе темпов роста или снижения инфляции.

Библиографический список:

1. Магнус.Я.Р. Эконометрика. Начальный курс [Текст] / Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. ; ДЕЛО. – Москва, 2004. – 576 с.
2. Банки.ру. Ключевая ставка ЦБ РФ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.banki.ru/wikibank/klyuchevaya_stavka/
3. Гуру Бухгалтерии. КЛЮЧЕВАЯ СТАВКА ЦБ РФ НА СЕГОДНЯ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://buhguru.com/spravka-info/klyuch-stavka-cb-rf.html#i-5
4. Уровень-инфляции.рф. Таблица Инфляции [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://xn----ctbjnaatncev9av3a8f8b.xn--p1ai/%D1%82%D0%B0%D0%B1%D0%BB%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%BD%D1%84%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D0%B8.aspx
5. Уровень-инфляции.рф. Инфляционные Калькуляторы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://xn----ctbjnaatncev9av3a8f8b.xn--p1ai/%D0%B8%D0%BD%D1%84%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BA%D1%83%D0%BB%D1%8F%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%8B.aspx
6. Waypot.ru. Что оказывает влияние на инфляцию? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://waytop.ru/chto_vliyaet_na_inflyaciyu.html