

УДК 330.4

***ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВНУТРЕННЕЙ НОРМЫ  
ДОХОДНОСТИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ  
ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА В УСЛОВИЯХ РИСКА***

***Коростелева М.В.,***

*к.э.н., доцент,*

*Санкт-Петербургский государственный университет,*

*Санкт-Петербург, Россия*

**Аннотация**

Целью данной статьи является представление аналитических результатов по исследованию вероятностного распределения внутренней нормы доходности инвестиционного проекта, основывающихся на предположении о нормальном распределении доходов и расходов по проекту в каждом периоде. В ситуации риска инвестиционному проекту соответствует не одно значение внутренней нормы доходности проекта, а вероятностное распределение ее значений в том случае, если неопределенность расходов и доходов описывается многомерным нормальным распределением. В данной статье исследуется точное вероятностное распределение внутренней нормы доходности, а также аппроксимация этого распределения к нормальному в случае, если значения дисперсии доходов и расходов по проекту за каждый период являются небольшими.

**Ключевые слова:** инвестиционный проект, внутренняя норма доходности, неопределенность, риск, денежный поток

***FEATURES OF USING THE INTERNAL RATE OF RETURN FOR  
EVALUATING THE EFFECTIVENESS OF INVESTMENT PROPOSAL  
IMPLEMENTATION UNDER THE RISK***

***Korosteleva M.V.,***  
*PhD, Associate Professor,*  
*Saint-Petersburg State University,*  
*Saint-Petersburg, Russia*

### **Annotation**

The purpose of this article is to present analytical results on the probabilistic distribution of the internal rate of return of the investment proposal, based on the assumption of a normal distribution of income and expenses on proposal in each period. In a risk situation, the investment project corresponds not to a single value of the internal rate of return of the project, but to a probabilistic distribution of its values if the uncertainty of expenses and income is described by a multidimensional normal distribution. This article examines the exact probabilistic distribution of the internal rate of return, as well as the approximation of this distribution to the normal if the values of the variance of income and expenses for the proposal for each period are small.

**Keywords:** investment proposal, internal rate of return, uncertainty, risk, cash flow

Для очень большого класса инвестиционных проектов, внутренняя норма доходности (IRR) которых конечна и единственна, она будет корректно определять решение о принятии или отклонении проекта. По сравнению с традиционным методом обоснования инвестиционных решений, в котором в качестве критерия используется показатель чистой настоящей стоимости (NPV), внутреннюю норму доходности проще вычислять, и с практической точки зрения она более понятна и логична, в частности, проект принимается, если его ожидаемая IRR превышает скорректированную на риск стоимость капитала проекта [9, с. 96].

Применительно к принятию инвестиционных решений риск инвестиционного проекта может быть определен как отклонение компонент денежных потоков проекта от их ожидаемых значений [3, с.385]. Среди целого ряда моделей для получения значений компонент денежного потока в условиях неопределенности можно выделить следующие:

1. Некоторая оценка компоненты денежного потока в  $t$ -ом периоде,  $CF_{tj}$ , определяется как ее математическое ожидание плюс или минус случайная ошибка с фиксированной дисперсией; ошибки каждого периода являются попарно некоррелируемыми. Обозначим  $\overline{CF_{tj}}$  математическое ожидание,  $u_{tj}$  - случайную ошибку, тогда  $CF_{tj} = \overline{CF_{tj}} + u_{tj}$ .
2. Ошибка в значении расходов или доходов пропорциональна случайному проценту математического ожидания; ошибки каждого периода являются попарно некоррелируемыми:  $CF_{tj} = \overline{CF_{tj}} + u_{tj}\overline{CF_{tj}}$ .
3. Ошибка влияет на данную компоненту денежного потока одинаково для всех периодов, т.е. выражения из пп. 1 и 2 записываются как  $CF_{tj} = \overline{CF_{tj}} + u_j$  и  $CF_{tj} = \overline{CF_{tj}} + u_j\overline{CF_{tj}}$  соответственно - мы просто убираем нижний индекс  $t$  из  $u_{tj}$ , вводя тем самым элемент парной корреляции в значения компонент денежного потока по каждому периоду. Подробнее о корреляционных связях между компонентами денежного потока инвестиционного проекта см., напр., в [11].
4. Дисперсия ошибки может увеличиваться со временем. Для анализа можно выбрать любую функцию времени, например, линейный тренд ( $\tau$  увеличивается с увеличением  $t$ ):  $CF_{tj} = \overline{CF_{tj}} +$

$u_{ij}$ . Предполагается, что ошибки независимы, но можно также предположить, что они полностью коррелированы, как в п. 3.

Обозначив внутреннюю норму доходности  $r$ , а коэффициент дисконтирования  $1/(1+r) = x$  для  $r \neq -1$ , мы можем записать NPV проекта как полином  $T$ -й степени от  $x$ , где  $NPV = p(x)$ :

$$p(x) = CF_0 + CF_1x + CF_2x^2 + \dots + CF_Tx^T. \quad (1)$$

Обозначим ожидаемое значение компоненты денежного потока  $\overline{CF}_t$ . Если фактические значения расходов и доходов равны ожидаемым в каждом периоде, выражение (1) переписывается в виде «среднего» полинома:

$$m(x) = \overline{CF}_0 + \overline{CF}_1x + \overline{CF}_2x^2 + \dots + \overline{CF}_Tx^T. \quad (2)$$

Если мы положим  $m(x)$  в уравнении (2) равным нулю и решим уравнение относительно  $x$ , а затем найдем  $r$  из уравнения  $x = 1/(1+r)$ , решение  $r_0$  будет являться внутренней нормой доходности проекта. В данной статье мы предполагаем, что уравнение (2) имеет единственный корень.

Представим, что генератор случайных чисел выдает множество значений компонент  $CF_t$ , незначительно отличающихся от значений  $\overline{CF}_t$ , для каждого периода. Если разница не очень большая, то непрерывность гарантирует, что полином  $p(x)$  будет иметь корень, близкий к корню полинома  $m(x)$ .

Полином  $p(x)$  будет иметь корень, значение которого лежит в небольшом интервале  $(x, x + \Delta x)$ , если и только если приращение полинома,  $\Delta p(x)$ , ( $\Delta p(x) = p(x + \Delta x) - p(x)$ ) больше в абсолютном значении, чем ордината  $p(x)$  в точке  $x$ , и имеет противоположный знак, т.е., если и только если

$$\Delta p(x)/p(x) < -1 \text{ для } p(x) \neq 0. \quad (3)$$

Обозначив вероятность события, определяемого выражением (3)  $\pi(x, \Delta x)$ , мы получим:

$$\pi(x, \Delta x) = P[\Delta p(x)/p(x)] < -1. \quad (4)$$

Плотность вероятности,  $f(x)$ , тогда получается как предел вероятности:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{M(x, \Delta x)}{\Delta x} \right) = \frac{dM(x, \Delta x)}{d(\Delta x)} \Big|_{\Delta x=0}. \quad (5)$$

В качестве вероятностей рассматриваются субъективные вероятности, которые отражают степень или уровень убежденности каждого отдельного инвестора в том, что компонента денежного потока примет то или иное значение [5, с.98].

Если коэффициенты  $CF_t$  полинома  $p(x)$  имеют нормальное распределение, как обсуждалось выше, то  $\Delta p(x)$  и  $p(x)$ , будучи линейной комбинацией нормально распределенных случайных величин, также имеют нормальное распределение. Выражение для функции вероятностного распределения выглядит следующим образом:

$$g(r) = \phi(m/\sigma_w)(\sigma_v/\sigma_w)(1-\rho^2)^{1/2} \cdot (2\phi(\eta) + \eta(2\Phi(\eta) - 1))(1/(1+r)^2), \quad r \neq -1, \quad (6)$$

где  $w = p(1/(1+r))$ ,  $v = p'(1/(1+r))$ ,  $\sigma_w$  и  $\sigma_v$  – стандартные отклонения  $w$  и  $v$  соответственно,  $\rho$  – коэффициент корреляции между  $w$  и  $v$ ,  $\eta = (1/(1-\rho^2))^{1/2}((\sigma_w m' - \rho m \sigma_v)/\sigma_w \sigma_v)$ ,  $\phi$  и  $\Phi$  – плотность вероятности стандартного нормального распределения и кумулятивная функция соответственно,  $p'$  и  $m'$  – производные по  $r$ .

Для того чтобы вычислить стандартные отклонения и коэффициент корреляции, можно воспользоваться следующим методом: если компоненты денежного потока  $CF_t$  независимы со стандартными отклонениями  $\bar{\sigma}_{v_t}$ , где  $\bar{\sigma}$  и  $v_t$  постоянны,  $t = 0 \dots T$ , то

$$\sigma_w = \bar{\sigma}(\nu_0^2 + \nu_1^2 x^2 + \nu_2^2 x^4 + \dots + \nu_T^2 x^{2T})^{1/2},$$

$$\sigma_v = \bar{\sigma}(\nu_1^2 + 4\nu_2^2 x^2 + 9\nu_3^2 x^4 + \dots + T^2 \nu_T^2 x^{2(T-1)})^{1/2},$$

$$\rho = \bar{\sigma}^2(\nu_1^2 x + 2\nu_2^2 x^3 + 3\nu_3^2 x^5 + \dots + T\nu_T^2 x^{2T-1})/\sigma_w \sigma_v.$$

Теперь представим простую нормальную аппроксимацию к распределению  $r$ , которая предполагает, что дисперсии коэффициентов  $CF_t$

стремятся к нулю (точнее, стремятся к нулю при фиксированных отношениях друг к другу). Если, как указано выше,  $r_0$  – это норма доходности, соответствующая последовательности значений  $\overline{CF}_t$ , т.е.  $r_0$  является решением уравнения  $m(1/(1+r)) = 0$ , то математическое ожидание  $r$  – это и есть  $r_0$ , а его стандартное отклонение равно  $\sigma_w(r_0)/|m'(r_0)|$ .

Исходя из вида функции распределения  $g(r)$  лицо, принимающее решение, может узнать, какова вероятность того, что внутренняя норма доходности окажется в некотором неприемлемом промежутке низких значений. Также представляется возможным при условии введения некоторых предположений о параметрах распределения проверить влияние различных значений отклонений в оценках входящих показателей, которые определяют общую оценку ежегодных расходов и доходов. В некоторых случаях распределение вероятностей может быть задано с высокой степенью достоверности на основе анализа прошлого опыта при наличии больших объемов фактических данных. Однако чаще всего такие данные недоступны, поэтому распределения задаются, исходя из предположений экспертов, и несут в себе большую долю субъективизма [12].

Аппроксимация к нормальному распределению дает полезную количественную информацию об особенностях, в соответствии с которыми математическое ожидание и стандартное отклонение зависят от распределения компонент денежного потока. Кроме того, можно утверждать, что аппроксимация, по определению, является наилучшей, когда величины стандартных отклонений компонент денежного потока являются небольшими по отношению к их ожидаемым значениям.

### Библиографический список

1. Алексанов Д.С., Кошелев В.М. Экономическая оценка инвестиций. – М.: Колос-Пресс, 2002. – 382 с.

2. Анализ и оценка эффективности инвестиций: учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по экономическим специальностям / Т. У. Турманидзе. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2014. – 247 с.
3. Ван Хорн Дж. К Основы управления финансами. М.: Финансы и статистика, 2003. – 800 с.
4. Воронцовский А. В. Управление инвестициями: инвестиции и инвестиционные риски в реальном секторе экономики: учебник и практикум для вузов / А. В. Воронцовский. — М.: Издательство Юрайт, 2020. – 391 с.
5. Воронцовский А.В. Управление рисками: учебник и практикум для вузов / А.В. Воронцовский. – 2-е изд. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 485 с.
6. Инвестиции: учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности "Финансы и кредит" / М. В. Чиненов [и др.]. – М.: Кнорус, 2010. – 365 с.
7. Инвестиции: учебник / А. Ю. Андрианов [и др.] – М.: ПРОСПЕКТ, 2010. – 584 с.
8. Инвестиционный менеджмент: учебник по специальности "Менеджмент организации" / Н. Д. Гуськова [и др.]. – М.: Кнорус, 2010. – 451 с.
9. Коростелева М.В. Имитационный подход к анализу чувствительности внутренней нормы доходности инвестиционного проекта // Вестник Санкт-Петербургского университета, Сер.5: Экономика, 2011. - Вып.2. - С.96-104.
10. Коростелева М.В. Некоторые методы анализа чувствительности внутренней нормы доходности инвестиционного проекта // Вестник Санкт-Петербургского университета, Сер.5: Экономика, 2007. - Вып.3. - С.145-152.
11. Коростелева М.В. Определение и анализ корреляционных связей между компонентами денежного потока инвестиционного проекта // Применение математики в экономике, 2009. – Вып.18. – С.192-204.

12. Кошечкин С.А. Методы количественного анализа риска инвестиционных проектов. - <http://www.aup.ru/articles/investment/3.htm>.
13. Кузнецов Б. Т. Инвестиционный анализ: учебник и практикум для вузов / Б. Т. Кузнецов. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2020. — 363 с.
14. Финансовый менеджмент: учебник для академического бакалавриата / Г. Б. Поляк [и др.]; ответственный редактор Г. Б. Поляк. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 456 с.
15. Холодкова В. В. Управление инвестиционным проектом: практическое пособие / В. В. Холодкова. — М.: Издательство Юрайт, 2020. — 302 с.

*Оригинальность 75%*